الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران

المقاطعة الأولى (وهران شرق) الامتحان التجريبي لبكالوريا 2022في مادة الرياضيات

الشعبة :تقني رياضي المدة : أربع ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول(04ن) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $a_n = 2\times 5^n + 7$

1) أ- بيّـن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون a_n فردي.

ب- عيّـن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 8.

جـ- استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ يكون $a_n \equiv 1[8]$.

2) أ- برهن أنه إذا كان: $\begin{cases} x\equiv 1[8] \\ x\equiv 7[125] \end{cases}$ فإن: $x\equiv 257[1000]$.

ب- بيّـن أنه من أجل $n\geq 3$ يكون: $a_n \equiv 257[1000]$.

جـ- ما هي الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد $(2\times 5^{2021}+7)(2\times 5^{2022}+7)$ ؟

3) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$

ب- نعتبر $PGCD(a_{2n};a_{2n+1}) = d$ ، بيّـن أن d يختلف عن 7 ثم عيّـن قيمته.

التمرين الثاني(04ن) يوجد جواب صحيح واحد بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية، عينه مع التبرير.

1) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^n$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما، قيم مجموعة قم α التي تكون من أجلها (v_n) متتالية متقاربة هي:

أ) $\left]0;\frac{3}{2}\right[$ ب) $]-1;1[$ جـ) $\left]0;\frac{2}{3}\right[$

2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $3y' - 2y + 6 = 0$ والذي يحقق الشرط $f(0) = 4$ هو:

أ) $f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 1$ ب) $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$ جـ) $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 2$

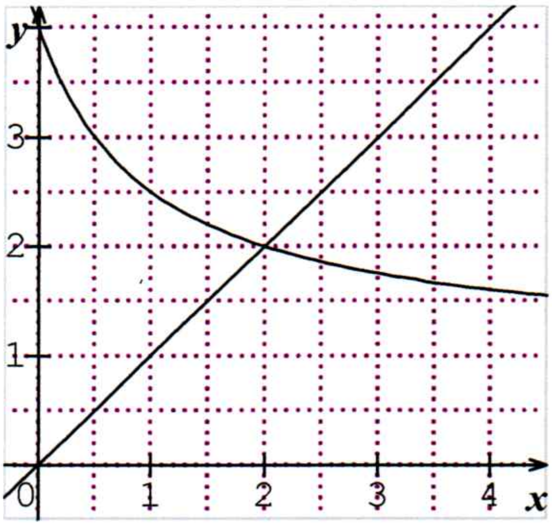
3) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x) = \frac{x+1}{x}$ ،الدالة الأصلية F للدالة f والتي تحقق $F(1) = 0$ هي الدالة المعرفة بـ:

أ) $F(x) = x - 1 + \ln x$ ب) $F(x) = 1 - x + \ln x$ جـ) $F(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$.

4) N عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N = \overline{01355}^6$ ، كتابته في النظام العشري هي:

أ) $N = 2022$ ب) $N = 1439$ جـ) $N = 1962$

التمرين الثالث (05ن) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (أنظر الشكل).



1) بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على N بـ: $u_0 = 1$

و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ) انقل الشكل ثم مثّل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل (دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء، ثم أعط تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1 \le u_n \le \frac{5}{2}$.

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{12}{u_n + 2} - 3$

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0.

ب) أوجد بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم استنتج عبارة u_n ثم أحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n بحيث: $S_n = v_n + v_{n+1} + v_{n+2} + \dots + v_{n+2022}$

أحسب بدلالة n المجموع P_n بحيث: $P_n = \frac{1}{u_n + 2} + \frac{1}{u_{n+1} + 2} + \frac{1}{u_{n+2} + 2} + \dots + \frac{1}{u_{n+2022} + 2}$

التمرين الرابع(07ن) g دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = -x - \ln x$

1) أ) أدرس تغيرات الدالة g .

ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,56 < \alpha < 0,57$ ثم استنتج إشارة g على $]0;+\infty[$

2) لتكن f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{-1 + (x-1)\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ) أحسب $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ثمّ فسر النتيجتين هندسيا .

ب) بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث $0,2 < x_0 < 0,3$ و $2,2 < x_1 < 2,3$.

4) بيّن أن $f(\alpha) = -\alpha + 1 - \frac{1}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) (γ) هو المنحنى الممثل للدالة ln في المعلم السابق .

أحسب $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - \ln x]$ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (γ) .

6) أ) احسب $f(1)$، $f(2)$ و $f(e)$ ثم ارسم (γ) و (C_f) .

ب) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$.

7) A هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (γ) و (C_f) والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x = \alpha$ و $x = e$.

- احسب A بدلالة α ثم تحقق أن : $A = \frac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$ مستنتجا حصرا لـ A

الموضوع الثاني

التمرين الأول(05ن) لكل سؤال جواب واحد صحيح فقط من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

1. حل المعادلة التفاضلية $3y' - 2y + 6 = 0$ و الدي يحقق $f(0) = 4$ هو الدالة f المعرفة على R بـ:

أ) $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} - 3$ ب) $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$ ج) $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 3$

2. مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1) + \ln(x+2) \leq 2\ln 2$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $S = [-2;2]$ ب) $S =]1;2]$ ج) $S = [-2;1]$

3. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f, f(x) = x2^{-x}$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f' هي:

أ/ $f'(x) = (1 - x\ln 2)e^{-x\ln 2}$ ب/ $f'(x) = (1-x)2^{-x}$ ج/ $f'(x) = (2 + x\ln 2)2^{-x}$

4. x عدد حقيقي موجب تماما , التكامل $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}\,dt$ يساوي:

أ) $\frac{-2\ln x - 1}{x}$ ب) $\frac{-\ln x}{x} - \frac{1}{x}$ ج) $\frac{-\ln x - 1 + x}{x}$

5. f الدالة المعرفة على R بـ : $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$ من أجل كل عدد حقيقي x يكون:

أ) $f(-2-x) = f(x)$ ب) $f(2-x) = f(x)$ ج) $f(-x) = f(x)$

التمرين الثاني(04ن) α ، β عددان طبيعيان كل منهما أصغر من 7؛ وليكن A العدد الطبيعي المضاعف لـ 7 والذي يكتب في نظام التعداد ذو الأساس 9 و 7 على الترتيب بـ: $\overline{2\alpha 8\beta}$ و $\overline{5\alpha 1\beta}$

1) جد α ، β ثم أكتب العدد A في النظام العشري.

2) أحسب $PGCD(2016,2268,2772)$

3) نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية Z المعادلة ذات المجهولين x ، y

$$2772x - 2268y = 2016............(E)$$

أ. بيّن انه من اجل كل عددين حقيقيين x، y المعادلة (E) تكافئ $11x - 9y = 8$

ب. جـد (x_0,y_0) حل للمعادلة (E) والتي تحقق $x_0 + y_0 = 8$

ت. استنتج في Z^2 مجموعة حلول المعادلة (E).

4) بفرض x و y موجبان و أن (x , y) حلل المعادلة (E) وبوضع $PGCD(x,y) = d$

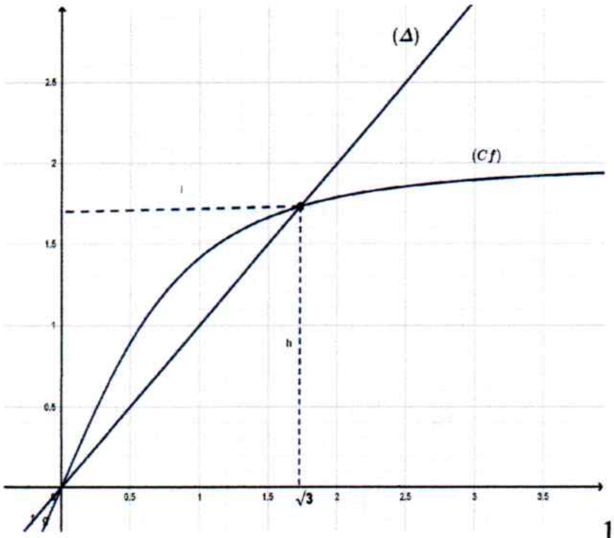
أ. أوجد القيم الممكنة لـ d

ب) استنتج كل الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) التي تحقق : $PGCD(x,y) = 2$

التمرين الثالث(04ن)

1)الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f)للدالة f المعرفة على $[0,+\infty[$ب : $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $[0,+\infty[$

ب)بيّن أنه إذا كان $x\in\left[0,\sqrt{3}\right]$ فإن $f(x)\in\left[0,\sqrt{3}\right]$

2) نعرّف المتتالية (u_n)كما يلي :

$u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) باستعمال التمثيل البياني (C_f)والمستقيم (Δ)

مثّل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)وتقاربها.

ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le\sqrt{3}$

ج) بيّن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ،ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

د)استنتج أن المتتالية (u_n)متقاربة

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي nب: $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ)برهن أن (v_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب)أكتب عبارة v_nبدلالة nثم استنتج u_nبدلالة n

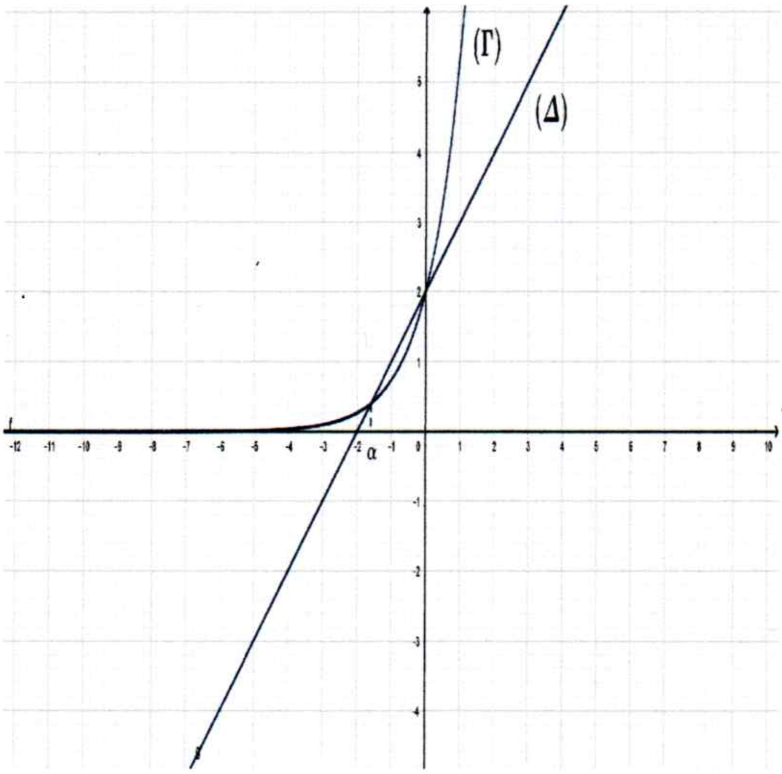
ج)أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

4) أحسب p_n بدلالة n حيث: $p_n=\dfrac{(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2)\cdots(3-u_n^2)}$

التمرين الرابع(07ن)

I) المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، الشكل أدناه يتضمن (Γ)التمثيل البياني للدالة: $x\to 2e^x$ ، (Δ)المستقيم ذو المعادلة : $y=x+2$ ، 0وα هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Γ)و (Δ)
حيث : $-1,6\prec\alpha\prec-1,5$

1) بقراءة بيانية حدّد وضعية المنحني (Γ)بالنسبة إلى (Δ)على R



2) g لدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على R

بـ : $g(x) = -2e^{x} + x + 2$

حدّد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) f الدالة العددية المعرفة على R بـ :

$f(x) = 2(ex-3) + (x+3)e^{-x+1}$ ،

(C_f) هو تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أ – أحسب كلا من : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R

: $f'(x) = -g(x)e^{-x+1}$.

ج) عيّن دون حساب: $\lim_{h\to 0} \frac{f(\alpha+h) - f(\alpha)}{h}$ ،

ثم فسّر النتيجة هندسيا.

المستقيم (D) ذو المعادلة : $y = 2(ex-3)$ هو

مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)

ب) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتيها .

ج) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها β حيث: $-2,4 \prec \beta \prec -2,3$.

3) أنشئ كل من (D) و (C_f) . نأخذ $f(-3) \approx -22.31$ و $f(\alpha) \approx 4.15$

4-أ) جد العددين الحقيقيين a, b حتى تكون الدالة $x \to (ax+b)e^{-x+1}$ أصلية للدالة $x \to (x+3)e^{-x+1}$ على R

ب) أحسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (D) و المستقيمين الذين معادلتيهما: $x=1$ و $x = n$

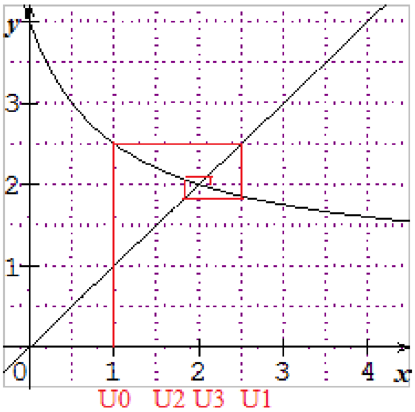
حيث n عدد طبيعي $(n \succ 1)$، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} I_n$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

الإجابة النموذجية للموضوع اختبار مادة الرياضيات / الشعبة: تقني رياضي / بكالوريا تجريبي 2022

<table>
<tr><th></th><th>عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><td rowspan="3">التمرين الأول</td><td>لدينا من أجل كل عدد طبيعي n : $a_n = 2\times 5^n + 7$
1) أ- بما أن a_n هو مجموع عددين أحدهما فردي والأخر زوجي إذا هو عدد فردي............
ب- n بواقي قسمة العدد 5^n على 8:
من أجل $n = 2k$: $5^n \equiv 1[8]$ و من أجل $n = 2k+1$: $5^n \equiv 5[8]$ ....
جـ بما أن $2\times 1+7 \equiv 1[8]$
و $2\times 5+7 \equiv 1[8]$ فإنه من أجل كل عدد طبيعي n : $a_n \equiv 1[8]$ ....</td><td>0.5
0.5
0.5</td><td rowspan="3">04</td></tr>
<tr><td>2) أ- إذا كان: $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 7[125] \end{cases}$ فإن: $\begin{cases} 125x \equiv 125[1000] \\ 8x \equiv 56[1000] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 125x \equiv 125[1000] \\ 128x \equiv 896[1000] \end{cases}$
بالطرح نجد $3x \equiv 771[1000]$ أي $9x \equiv 313[1000]$ اذا نجد $\begin{cases} 8x \equiv 56[1000] \\ 9x \equiv 313[1000] \end{cases}$.
ومنه $x \equiv 257[1000]$ ....
ب- من أجل $n \ge 3$ يكون : 5^n مضاعف لـ 125 ومنه نجد $a_n \equiv 7[125]$ ولدينا
$a_n \equiv 1[8]$ إذا نستنتج أن $a_n \equiv 257[1000]$ ....
جـ بما أن $a_{2021} \equiv 257[1000]$ و $a_{2022} \equiv 257[1000]$ فإن
$a_{2021}\times a_{2022} \equiv 257^2[1000]$ أي $a_{2021}\times a_{2022} \equiv 49[1000]$
اذا الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد $(2\times 5^{2021}+7)(2\times 5^{2022}+7)$ هي 049 ....</td><td>0.75
0.5
0.25
0.25</td></tr>
<tr><td>3) أ- من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$
ب- إذا كان $PGCD(a_{2n};a_{2n+1}) = d$ ، فإن d يقسم a_n وبما أن 2×5^n ليس مضاعف لـ 7
فإن d يختلف عن 7 ....
d يقسم 28 ويختلف عن 7 و a_n فردي اذا $d = 1$ ....</td><td>0.25
0.25
0.25</td></tr>
<tr><td>التمرين الثاني</td><td>1) قيم α التي تكون من أجلها (v_n) متقاربة هي:
أ) $\left]0;\frac{3}{2}\right[$ + التبرير...
2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ والذي يحقق الشرط $f(0)=4$ هو:
ب) $f(x) = e^{\frac{2}{3}x}+3$ + التبرير...
3) الدالة الأصلية F والتي تحقق $F(1)=0$ للدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x) = \frac{x+1}{x}$
هي الدالة:
أ) $F(x) = x-1+\ln x$ + التبرير...
4) N عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N = \overline{01355}^{6}$ ، كتابته في النظام العشري هي:
ب) $N = 1439$ + التبرير...</td><td>01
01
01
01</td><td>04</td></tr>
</table>

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

05	0.5	f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x+4}{x+1}$. 1) بما أن $f'(x)=\frac{-3}{(x+1)^2}$ فإن f متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$.	التمرين الثالث
	0.75 0.5	2) أ- تمثيل الحدود الأربعة الأولى:  التخمين: المتتالية (u_n) غير رتيبة ومتقاربة نحو 2	
	0.75	ب - البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n\le\frac{5}{2}$: لدينا $1\le u_0\le\frac{5}{2}$ و نفرض أن $1\le u_n\le\frac{5}{2}$ فنجد $1\le u_{n+1}\le\frac{5}{2}$ ومنه $1\le u_n\le\frac{5}{2}$	
	0.75 0.5 0.25	3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{12}{u_n+2}-3$ أ - بما أن $v_n=\frac{6-3u_n}{u_n+2}$ ولدينا $v_{n+1}=-\frac{1}{3}\left(\frac{6-3u_n}{u_n+2}\right)$ اذا (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=-\frac{1}{3}$ و حدها الأول $v_0=1$ .... ب -عبارة الحد العام: $v_n=\left(-\frac{1}{3}\right)^n$ و $u_n=\frac{12}{3+v_n}-2=\frac{12}{3+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}-2$ حساب النهاية: $\lim_{n\to+\infty}u_n=2$	
	0.5 0.5	ت - حساب S_n: $S_n=1\left(\frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{2023}}{1+\frac{1}{3}}\right)=\frac{3}{4}\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{2023}\right)$ حساب P_n:	

ومنه $P_n = \frac{1}{12}\left(v_n + 3 + v_{n+1} + 3 + v_{n+2} + 3 ... + v_{n+2022} + 3\right)$

$P_n = \frac{1}{12}\left(S_n + 3 \times 2023\right)$.

التمرين الرابع	I. الدالة g معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $g(x) = -x - \ln x$	0.5	07
	1) أ- $g'(x) \prec 0$ ومنه الدالة g متناقصة.		
	ب- بما أن الدالة g رتيبة و $g(0.56)\times g(0.57) \prec 0$ فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,56<\alpha<0,57$	0.25	
	إشارة $g(x)$:	0.25	
	2) أ- من اجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ نجد: $f(x) = \frac{-1+(x-1)\ln x}{x}$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$ $x = 0$ معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C)	0.5 0.25	
	ب -من اجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ نجد: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$ جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$:	0.5 0.75	
	3) حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,2<x_0<0,3$ و $2,2<x_1<2,3$ إذا المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين	0.5	
	4) **من** $g(\alpha)=0$ لدينا $\ln\alpha = -\alpha$ وبالتعويض نجد: $f(\alpha) = -\alpha + 1 - \frac{1}{\alpha}$ **حصر** $f(\alpha)$ $-1.35 \le f(\alpha) \le -1.31$	0.25 0.25	

إشارة $g(x)$:

x	0		α		$+\infty$
g(x)	‖	+	0	−	

جدول تغيرات الدالة f:

x	0		α		$+\infty$
f'(x)	‖	−	0	+	
f(x)	‖ $+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

5) لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{-1-\ln x}{x}\right]=0$ **0.5**

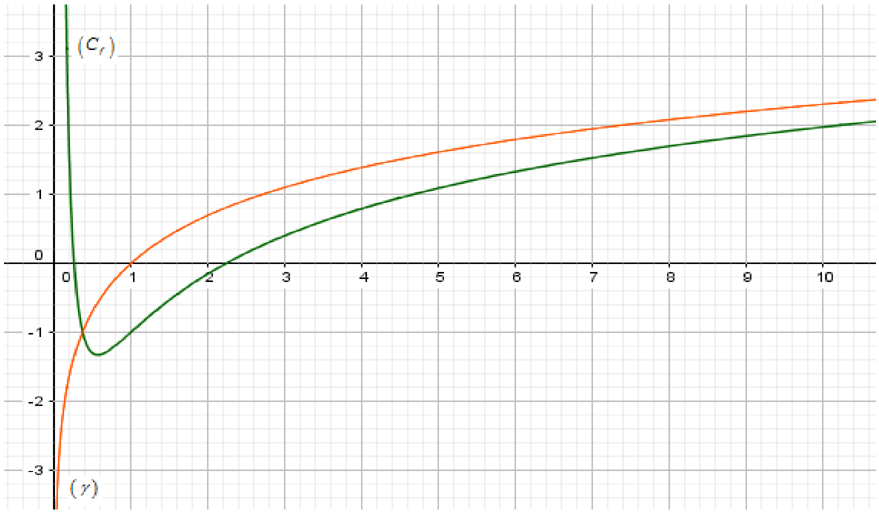
ومنه المنحنى (γ) هو منحنى مقارب للمنحنى (C_f)

– وضعية (C_f) بالنسبة إلى (γ) : **0.5**

x	0		e^{-1}		$+\infty$
f(x)-lnx		+	0	−	
الوضع النسبي		(C_f) فوق (γ)	تقاطع	(C_f) تحت (γ)	

6) أ– حساب $f(1)$ ، $f(2)$ و $f(e)$

ارسم (γ) و (C_f) **0.5**



ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة: $f(x)=m$ **0.5**

$m \prec f(\alpha)$ لا يوجد حلول

$m = f(\alpha)$ يوجد حل وحيد

$m \succ f(\alpha)$ يوجد حلين مختلفين

7) حساب المساحة A : **0.5**

$$A=\left[\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_{\alpha}^{e}=\frac{3}{2}-\ln\alpha-\frac{1}{2}(\ln\alpha)^2$$

– التحقق أن: $A=\dfrac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$ بتعويض $\ln\alpha=-\alpha$ **0.25**

حصر A :

$1.89 \prec A \prec 1.91$ **0.25**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

الحل النموذجي لبكالوريا التجريبي دورة ماي 2022 **الشعبة : تقني رياضي**

الموضوع الثاني التصحيح النموذجي للبكالوريا التجريبي مادة الرياضيات

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كاملة
التمرين الأول	حل التمرين الأول: 1-الإجابة الصحيحة هي : (ب) التبرير : $3y'-2y+6=0$ يكافئ $y'=\frac{2}{3}y-2$ $y=ce^{\frac{2}{3}x}+3$ ومنه $f(x)=ce^{\frac{2}{3}x}+3$	01ن	05 ن
	2-الإجابة الصحيحة هي: (ب) التبرير : $D=]1;+\infty[$ $\ln(x-1)+\ln(x+2)\leq 2\ln 2.........(1)$ (1) يكافئ $\ln[(x-1)(x+2)]\leq \ln 4$	01ن	
	تكافئ $x^2+2x-x-2\leq 4$ $x^2+x-6\leq 0$ ومنه $S=]1;2]$	01ن	
	3--الإجابة الصحيحة هي: (أ) التبرير : $f(x)=xe^{-x}$ $f'(x)=xe^{-x\ln 2}$ يكافئ $f'(x)=e^{-x\ln 2}+(-\ln 2)e^{-x\ln 2}.x$ $f'(x)=e^{-x\ln 2}(1-x\ln 2)$ ومنه $f'(x)=(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$ 4---الإجابة الصحيحة هي: (ج)	01ن	

التبرير: $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}\,dt = [\frac{-\ln t}{t}]_1^x - \int_1^x \frac{-1}{t^2}\,dt$

$$= \frac{-\ln x}{x} - [\frac{1}{t} + c]_1^x$$

$$= \frac{-\ln x}{x} - (\frac{1}{x} + c - 1 - c)$$

$$= \frac{-\ln x - 1 + x}{x}$$

01ن

5-الإجابة الصحيحة هي: (أ)

التبرير: $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$

$$f(-2-x) = \ln[(-2-x)^2 + 2(-2-x) + 3]$$

$$= \ln(4 + x^2 + 4x - 4 - 2x + 3)$$

$$= \ln(x^2 + 2x + 3)$$

$$= f(x)$$

التمرين الثالث:

04ن

1-أ) تحديد اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0,+\infty[$

الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و $0 \succ f'(x) = \frac{2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$ هذا يعني

الدالة f متزايد تماماعلى المجال $[0,+\infty[$

0.5ن

1-ب) نبين إذا كان $1 \le x \le \sqrt{3}$ فإن $1 \le f(x) \le \sqrt{3}$

لدينا من أجل $1 \le x \le \sqrt{3}$ فإن $f(1) \le f(x) \le f(\sqrt{3})$ (لأن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1,\sqrt{3}]$)ومنه
$\sqrt{2} \le f(x) \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le \sqrt{2} \le f(x) \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le f(x) \le \sqrt{3}$ وهو المطلوب

0.25ن

2-أ) تمثيل الحدود u_0, u_1 و u_2 على محور الفواصل

نسقط النقطة $M_0(u_0 = 1, u_1)$ على (Δ) وفق (ox) ثم نسقط نقطة المحصل عليها على (C_f) وفق (oy) نحصل على النقطة $M_1(u_1, u_2)$ وهكذا نكرر العملية نحصل على M_2

0.25ن

ب)يبدو من خلا ل الرسم المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$ ومتقاربة نحو العدد $\sqrt{3}$

2-ب) لنبرهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$.

لنتحقق من أجل $n=0$ أي : $1 \le u_0 = 1 \le \sqrt{3}$ (محققة)

نفرض أن : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ و لنثبت : $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$

لدينا فرضا : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه : $f(1) \le f(u_n) \le f(\sqrt{3})$ (حسب سؤال رقم 1-ب) ومنه $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$ صحيحة

0.5ن

وبالتالي $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ صحيحة

ج) نبين من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2u_n}{\sqrt{u_n^2+1}} - u_n = \dfrac{2u_n - u_n\sqrt{u_n^2+1}}{\sqrt{u_n^2+1}} = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ لدينا من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le u_n^2 \le 3$ ومنه $2 \le u_n^2 + 1 \le 4$

ومنه $\sqrt{2} \le \sqrt{u_n^2+1} \le 2$ ومنه $-2 \le -\sqrt{u_n^2+1} \le -\sqrt{2}$ ومنه $0 \le 2-\sqrt{u_n^2+1} \le 2-\sqrt{2}$ وبالتالي:

0.25ن

$u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}} \ge 0$ وعليه المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$

بما ان المتتالية (u_n) متزايدة ومحدودة من الاعلى فهي متقاربة

3)نبين (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n:

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1}^2}{3-u_{n+1}^2} = \frac{\frac{4u_n^2}{u_n^2+1}}{3-\frac{4u_n^2}{u_n^2+1}} = \frac{4u_n^2}{u_n^2+1} \times \frac{u_n^2+1}{-u_n^2+3} = 4\left(\frac{u_n^2}{3-u_n^2}\right) = 4v_n$$

0.25ن

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=4$ وحدها الاول $v_0=\frac{1}{2}$

عبارة الحد العام v_n **بدلالة** n : $v_n=\frac{1}{2}(4)^n$ أي $v_n=2^{2n-1}$ 0.25ن

عبارة الحد العام u_n **بدلالة** n : بوضع $v_n=y$ و $u_n=x$ المساواة $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$ تكافيء

$y=\frac{x^2}{3-x^2}$ أي $y(3-x^2)=x^2$ أي $3y-yx^2=x^2$ أي $3y=yx^2+x^2=x^2(y+1)$ أي

$x^2=\frac{3y}{1+y}$ هذا يعني: $u_n^2=\frac{3v_n}{1+v_n}$ هذا يعني $u_n=\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ أو $u_n=-\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ بماأن

0.5ن

المتتالية (u_n) موجبة فإن: $u_n=\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ أي $u_n=\sqrt{\frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}}$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$:لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3(2^{2n-1})}{(2^{2n-1})}=3$ لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty}2^{2n-1}=+\infty$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\sqrt{3}$ 0.25ن

حساب بدلالة n الجداء: $p_n=\frac{(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)^2}{(3-u_0{}^2)(3-u_1{}^2)\cdots(3-u_n{}^2)}$ 0.25ن

$$\begin{aligned}p_n&=v_0\times v_1\times v_2\cdots\times v_n=v_0\times v_0\times q\cdots\times v_0\times q^n\\&=v_0{}^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n}\\&=v_0^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n}\\&=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\times q^{\frac{n(n+1)}{2}}\\&=2^{-n-1}\times 2^{n^2+n}\\&=2^{n^2-1}\end{aligned}$$

0.25ن

<u>حل التمرين الثاني:</u>

الجزءالاول:

تحديد وضعية المنحني (Γ) **بالنسبة إلى** (Δ)

لدينا من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$ أعلى (Δ) 0.25ن

ومن أجل $x\in]\alpha,0[$ (Γ) أسفل (Δ)

ومن أجل $x=\alpha$ أو $x=0$ لدينا $(\Gamma)\cap(\Delta)=\{(\alpha,\alpha+2),(0,2)\}$ 0.25ن

تحديد إشارة $g(x)$:

لدينا $g(x)=0$ من أجل $x=\alpha$ أو $x=0$

$g(x)\succ 0$ من أجل $x\in]\alpha,0[$ و $g(x)\prec 0$ من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$

الجزء الثاني: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=2(ex-3)+(x+3)e^{-x+1}$

حساب النهايات: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ لأن $\lim_{x\to-\infty} 2(ex-3)=-\infty$ و

$\lim_{x\to-\infty}(x+3)e^{-x+1}=-\infty$

07ن

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty+\infty$ (حالة عدم التعيين) إزالتها

0.25ن

لدينا: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} 2(ex-3)+e\left(\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}\right)=+\infty$

لأن: $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}=0$

نبين من أجل كل عدد حقيقي: $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و عبارة دالتها المشتقة هي :

$f'(x)=2e+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}=2e\left(e^{-x+1}\right)\left(e^{+x-1}\right)+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}$.ومنه

0.50ن

$f'(x)=\left(e^{-x+1}\right)\left[2e\times e^{x-1}+1-x-3\right]=e^{-x+1}(2e^x-x-2)=-e^{-x+1}(-2e^x+x+2)$

ومنه : $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

حساب $\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$

0.25ن

لدينا $\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$

التفسيير الهندسي: (C_f) يقبل مماس عند نقطة ذات الفاصلة α موازي لحامل محور فواصل

دراسة اتجاه تغير الدالة f : إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$

0.25ن

$f'(x)=0$ من أجل $x=0$ أو $x=\alpha$

$f'(x)\succ 0$ من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$ معناه الدالة f متزايدة تماما على كل من المجاليين

$]0,+\infty[$ و $]-\infty,\alpha[$

$f'(x) \prec 0$ من أجل $x \in \left]0,\alpha\right[$ معناه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\left]0,\alpha\right[$.

جدول تغيرات الدالة f

0.75ن

2-أ)نبين أن المستقيم (D) ذو المع

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-y=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+3)e^{-x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}\right)e=0$

دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) : لدينا $f(x)-y=(x+3)e^{-x+1}$

إشارة $f(x)-y$ من إشارة العدد $x+3$ ومنه على المجال $\left]-\infty,-3\right[$ (C_f) أسفل (D) — 0.5ن

وعلى المجال $\left]-3,+\infty\right[$ (C_f) أعلى (D) ومن أجل $x=-3$ (C_f) يقطع (D) في نقطة $(-3,2(-3e-3))$

نبين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف: لدينا f' قابلة للإشتقاق على □ و

$f''(x)=(x+1)e^{-x+1}$ — 0.25ن

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

$f''(x)$ تنعدم عند قيمة $x_0=-1$ مغيرة إشارتها وعليه النقطة $A(1,f(1)=2e-2)$ نقطة انعطاف للمحني البياني (C_f)

نبين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فا صلتها β بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$

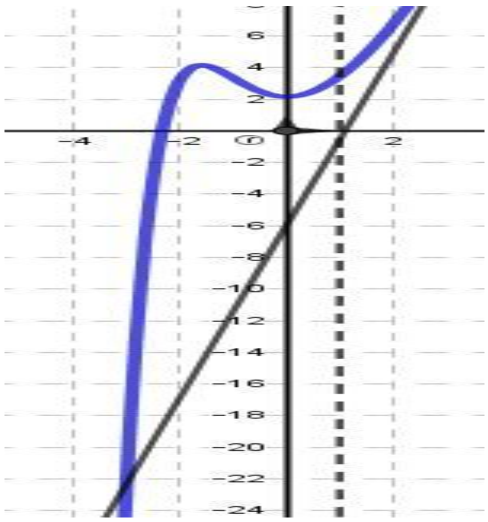
لدينا الدالة f معرفة و مستمرة و رتيبة تماما على المجال $\left]-\infty,\alpha\right]$ و بالخصوص على المجال $\left[-2,4,-2,3\right]$ ومن جهة أخرى — 0.5ن

لدينا $f(-2,3)\times f(-2,4)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم

المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $-2,4<\beta<-2,3$ أي (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة

فا صلتها β بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$ — 0.25ن

رسم المنحني (C_f) و (D)



إيجاد العدديين الحقيقيين a و b بحيث

حتى تكون الدالة $x\to(ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية لدالة

$x\to(x+3)e^{-x+1}$ على □ — 0.50ن

تكون الدالة $x\to(ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية

للدالة $x\to(x+3)e^{-x+1}$ إذا وفقط تحقق ما يلي من أجل كل

عدد حقيقي x لدينا: $ae^{-x+1}-(ax+b)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ 0.5ن

أي

$(-ax-b+a)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ بالمطابقة

نجد : $-a=1$ و $-b+a=3$ ومنه نجد $a=-1$

و $b=-4$

حساب مساحة الحيز المحددة بين المستقيمين: $x=1$ و $x=n$ 0.5ن

بحيث $n\succ 1$ والمستقيم (D)

$$I_n=\int_1^n\left[f(x)-y\right]dx=\left[-(x+4)e^{-x+1}\right]_1^n=-(n+4)e^{-n+1}+5$$

ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n=\lim\limits_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}+5=+5$ 0.5ن

لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}-(\frac{n}{e^n}+\frac{4}{e^n})e=0$

حل التمرين الرابع:

) إيجاد α و β :

لدينا 0.5ن

$$\begin{cases}A=\beta+8.9^1+\alpha.9^2+2.9^3\\A=\beta+7+\alpha.7^2+5.7^3\end{cases}$$

أي

$$\begin{cases}A=\beta+81\alpha+1530\\A=\beta+49\alpha+1722\end{cases}$$

ومنه

$$32\alpha-192=0$$

وبالتالي $\alpha=\frac{192}{32}=6$ 0.5ن

نعوض α في الجملة نجد:

$$\begin{cases}A=\beta+2016\\A=\beta+2016\end{cases}$$

لدينا $A\equiv 0[7]$

أي $\beta+2016\equiv 0[7]$

$\beta \equiv 0[7]$

$\beta = 7k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

بماأن $0 \le \beta < 7$ — 0.25ن

فإن $\beta = 0$

ومنه $\alpha = 6$ و $\beta = 0$ — 0.25ن

•كتابة العدد A في النظام العشري:

لدينا $\alpha = 6$ و $\beta = 0$

$A = \beta + 81\alpha + 1530$

$A = 0 + 81(6) + 1530$

ومنه $A = 2016$ — 0.4ن

2) حساب PGCD :

$PGCD(2016; 2268; 2772) = 252$

3) لدينا المعادلة (E) $2772x - 2268y = 2016$ تكافئ $11x - 9y = 8$ .....(*) — 0.7ن

إيجاد $(x_0; y_0)$:

لدينا $x_0 + y_0 = 8$ تكافئ $x_0 = 8 - y_0$

بالتعويض في (*) نجد: $11(8 - y_0) - 9y_0 = 8$ تكافئ $88 - 11y_0 - 9y_0 = 8$

تكافئ $88 - 20y_0 = 8$

تكافئ $y_0 = 4$

ومنه $(x_0; y_0) = (4; 4)$

• استنتاج مجموعة حلول المعادلة(E):

$$\begin{cases} 11x - 9y = 8.......(*) \\ 11(4) - 9(4) = 8 \end{cases}$$

ومنه $11(x-4) - 9(y-4) = 0$ تكافئ $11(x-4) = 9(y-4)$

أي $11 / 9(y-4)$

و $\text{PGCD}(11; 9) = 1$

حسب مبرهنة غوص : $11 / y - 4$

أي $y - 4 = 11k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

ومنه $y = 11k + 4$ — 0.25ن

بالتعويض في (*) نجد $11x - 9(11k+4) = 8$ تكافئ $11x - 99k - 36 = 8$

تكافئ $11x = 99k + 44$ — 0.50ن

تكافئ $x = 9k + 4$

ومنه: $S = \{(9k+4; 11k+4) / k \in \mathbb{Z}\}$

❖) إيجاد قيم d:

$\begin{cases} d / x \\ d / y \end{cases}$ هذا يعني $d / 11x - 9y$ — 0.25ن

أي $d / 8$ — 0.25ن

و منه $d \in \{1; 2; 4; 8\}$

2) استنتاج الثنائية $(x; y)$:

لدينا $PGCD(x; y) = 2$ يكافئ $\begin{cases} 2 / (11k+4) \\ 2 / (9k+4) \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} 11k + 4 \equiv 0[2] \\ 9k + 4 \equiv 0[2] \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} k \equiv 0[2] \\ k \equiv 0[2] \end{cases}$

أي $k = 2k'$; $k' \in \mathbb{Z}$

01ن

ومنه

$\begin{cases} x = 11(2k') + 4 \\ y = 9(2k') + 4 \end{cases}$

إذن $S = \{(22k' + 4; 18k' + 4)\}$

0.5ن

		0.5ن	